
Вычисления на стеке

А. Г. Fenster, <http://info.fenster.name>

6 февраля 2009 г.

Формы записи выражения

Говорят, что выражение записано в *инфиксной форме*, если знак операции (сложения, умножения, вычитания либо деления) стоит между своими аргументами, например, $5 + 7$. Каждая операция имеет приоритет выполнения (сначала выполняются умножение и деление, затем сложение и вычитание). Для изменения приоритета выполнения операций используются круглые скобки.

Вычислять программно значение выражения, записанного в инфиксной форме, неудобно. Проще сначала перевести его в *постфиксную*, или *обратную польскую* запись, в которой знак операции записывается после своих операндов, например, $5\ 7\ +$.

Алгоритм преобразования выражения из инфиксной записи в обратную польскую

Для перевода выражения из инфиксной формы в постфиксную с учетом приоритетов операций и скобок существует простой алгоритм (Дейкстры). Алгоритм работает со **стеком**, в котором хранятся знаки операций. Сначала стек пуст. На вход алгоритму подается последовательность лексем (числа, скобки или знаки операций), представляющая некоторое арифметическое выражение, записанное в инфиксной форме. Результатом работы алгоритма является эквивалентное выражение в постфиксной форме.

Вводятся приоритеты операций:

Символ	Приоритет
открывающая скобка	0
знаки + и –	1
знаки * и /	2

1. Пока не достигнут конец входной последовательности, читать очередную лексему и выполнять с ней следующие операции:
 - (a) если прочитан операнд (число), записать его в выходную последовательность;
 - (b) если прочитана открывающая скобка, положить её в стек;
 - (c) если прочитана закрывающая скобка, вытолкнуть из стека в выходную последовательность всё до открывающей скобки, при этом сами скобки уничтожаются (удаляются из стека и в ответ не идут);
 - (d) если прочитан знак операции, вытолкнуть из стека в выходную последовательность все операции с большим либо равным приоритетом, а прочитанную операцию положить в стек.
2. Если достигнут конец входной последовательности, вытолкнуть всё из стека в выходную последовательность и завершить работу.

Заметим, что порядок операндов в выходной последовательности не отличается от порядка операндов в исходной последовательности. В выходной последовательности отсутствуют скобки.

Алгоритм вычисления значения выражения, представленного в обратной польской записи

Для вычисления значения выражения, записанного в постфиксной форме, можно использовать описанный далее алгоритм. На вход подается последовательность лексем (числа или знаки операций), представляющая некоторое арифметическое выражение, записанное в постфиксной форме. Результатом работы алгоритма является значение этого выражения.

1. Пока не достигнут конец входной последовательности, читать очередную лексему и выполнять с ней следующие операции:

- (a) если прочитан операнд (число), положить его в стек;
 - (b) если прочитан знак операции, вытолкнуть из стека два операнда и положить в стек результат применения прочитанной операции к этим операндам, взятым в обратном порядке.
2. Если достигнут конец входной последовательности, завершить работу. В стеке останется единственное число — значение исходного выражения.

Ясно, что эти два алгоритма можно объединить, если в первом алгоритме вместо вывода в выходную последовательность передавать лексему сразу на вход второму алгоритму и обрабатывать «на лету» (придется поддерживать одновременно два стека).